TRƯỜNG ĐẠI HỌC KINH TẾ THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

PHƯƠNG PHÁP ENTROPY CỰC ĐẠI VÀ KHẢ NĂNG ỨNG DỤNG TRONG NGHIÊN CỨU KINH TẾ

Ngày 05 tháng 01 năm 2017

TRẦN THỊ TUẤN ANH

Nội dung

1. Giới thiệu về Entropy
2. Nguyên lý Entropy cực đại
3. Phương pháp entropy cực đại trong hồi quy
4. Khả năng ứng dụng phương pháp Entropy cực đại trong kinh tế
5. Ví dụ ứng dụng

GIỚI THIỆU VỀ ENTROPY

- Entropy là một khái niệm của nhiệt động lực học, được giới thiệu bởi Rudolf Clausius (1870)
- Khái niệm Entropy dần được mở rộng sang nhiều lĩnh vực khác, trong đó có lý thuyết thông tin và lĩnh vực kinh tế
- Nhìn chung, thuật ngữ Entropy đề cập đến sự hỗn độn(disorder) hoặc sự không chắc chắn (uncertainty)
- Trong lý thuyết thông tin, entropy đo hàm lượng thông tin trong một thông điệp, một thông báo, một tín hiệu, một hiện tượng hoặc một phép thử
- Độ không xác định của một phép thử càng lớn thì sự xác định kết quả của nó sẽ cho một thông tin càng lớn

GIỚI THIỆU VỀ ENTROPY

- Số lượng của thông tin trong thông báo, gọi là nội dung thông tin, nó có thể xác định và đo được bằng đại lượng toán học
- Nếu thông báo được mong đợi độ chắc chắn là 100% thì nội dung thông tin của nó bằng 0, và khi đó độ không xác định của nó cũng bằng 0.
- Tăng lượng tin tức về một hiện tượng nào đó cũng là giảm độ chưa biết hoặc độ không xác định của nó.
- Entropy của một phép thử α, ký hiệu là $H(\alpha)$ có thể xem là thông tin về α chứa trong bản thân phép thử này

GIỚI THIỆU VỀ ENTROPY

- Để liên kết *nội dung thông tin* của một thông điệp, ký hiệu là I, với xác suất, Shanon đưa ra công thức sau :
$$I = \log_2 \left({}^{1}\!/_{p} \right) \tag{1}$$
với p là xác suất xảy ra của kết quả chứa trong thông điệp đó.

- Nội dung thông tin cho biết số các "bit" có thể dùng để biểu diễn thông báo

- Gọi k là số các kết cục đồng khả năng của phép thử, thì xác suất xảy ra của mỗi kết cục là $1/k$, thì khi đó Entropy của phép thử là
$$H = \log_2 k \tag{2}$$

- Entropy của một phép phử càng lớn, càng khó đoán được kết cục của phép thử

GIỚI THIỆU VỀ ENTROPY

Shannon entropy của một biến ngẫu nhiên rời rạc X được thể hiện bằng công thức

$$H(X) = \sum_{x \in range(X)} p(x) \log_2 \left(\frac{1}{p(x)} \right). \tag{3}$$

Trong đó, $p(x) = \Pr(X = x)$, tức là xác suất để biến ngẫu nhiên X nhận giá trị x
Một số nhận xét:

- Khi có kiến thức khác nhau về biến ngẫu nhiên X thì entropy tính được sẽ khác nhau.
- Khi có một kết cục nào đó của X có xác suất bằng 1, các kết cục khác có xác suất bằng 0 thì entropy bằng 0

NGUYÊN LÝ ENTROPY CỰC ĐẠI

Theo Ed. T. Jaynes (1957), *khi xác định phân phối xác suất(chưa biết) của một biến ngẫu nhiên, ta luôn chọn phân phối xác suất có entropy lớn nhất*
Một số nhận xét:

- Khi không có thêm thông tin nào khác về biến ngẫu nhiên rời rạc X, thì entropy của X sẽ lớn nhất khi tất cả các kết quả là đồng khả năng
- Khi chúng ta có thêm thông tin (chẳng hạn như *các ràng buộc* về X, chúng ta sẽ tìm được phân phối xác suất tốt hơn, theo nghĩa là entropy sẽ nhỏ hơn, nhưng vẫn theo nguyên tắc entropy cực đại

NGUYÊN LÝ ENTROPY CỰC ĐẠI

Nguyên lý entropy cực đại đòi hỏi lựa chọn phân phối xác suất có entropy lớn nhất sau khi đã xét hết các thông tin đã biết, các thông tin này được phát biểu dưới dạng các ràng buộc.
Ví dụ: chúng ta biết được thông tin về giá trị kỳ vọng G của biến ngẫu nhiên , bài toán trở thành tìm cực đại entropy

$$H(X) = \sum_{x \in range(X)} p(x) \log_2 \left(\frac{1}{p(x)} \right) \to \max$$

với các ràng buộc $G = \sum_{x \in range(X)} p(x).x$ và $\sum_{x \in range(X)} p(x) = 1$

Ghi chú: chúng ta không cần thêm bất kỳ giả định nào khác.

PHƯƠNG PHÁP ENTROPY CỰC ĐẠI TRONG HỒI QUY

- Phương pháp ước lượng bằng entropy cực đại tổng quát (GME - *Generalized Maximum Entropy*)được đề xuất bởi Golan, Judge, and Miller (1996), được ứng dụng trong nhiều lĩnh vực, trong đó có hồi quy.
- GEM viết lại mô hình hồi quy bằng cách biểu tham số cần ước lượng dưới dạng các xác suất.
- Sau đó GME ước lượng các hàm phân phối xác suất có liên quan đến hàm hồi quy đã được xác suất hóa.

PHƯƠNG PHÁP ENTROPY CỰC ĐẠI TRONG HỒI QUY

Giả sử cần ước lượng mô hình hồi quy

$$Y = X\beta + U$$

Thiết lập tham số cần ước lượng β dưới dạng xác suất:

$$\beta = Zp = \begin{bmatrix} z'_1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & z'_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & z'_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_k \\ \dots \\ p_k \end{bmatrix}$$

Thực hiện tương tự với tham số $u = Vw$.

$$U = Vw = \begin{bmatrix} v'_1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & v'_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & v'_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_k \\ \dots \\ w_k \end{bmatrix}$$

PHƯƠNG PHÁP ENTROPY CỰC ĐẠI TRONG HỒI QUY

Mô hình sau khi biến đổi là

$$Y = XZp + Vw$$

y, X, Z và V là đã biết.
Mục tiêu là ước lượng p và w bằng nguyên lý entropy cực đại. Mô hình sẽ được ước lượng bằng cách giải bài toán cực trị có ràng buộc:

$$\begin{aligned}
&\max H(p,w) = -p' \ln p - w' \ln w \\
&y = ZXp + Vw \\
&(i_k \otimes i'_M)p = i_k \\
&(i_T \otimes i'_j)w = i_T
\end{aligned} \tag{4}$$

KHẢ NĂNG ỨNG DỤNG ENTROPY CỰC ĐẠI TRONG KINH TẾ

- Xây dựng hàm thu nhập và nghiên cứu bất bình đẳng thu nhập
  - Kapur and Kesavan (1992), Ryu và Slottje (1997),Wu (2003)...
- Industrial economics
  - Golan et al., (1998 2000, 2001)
- Kinh tế nông nghiệp
  - Golan et al., 1996b

KHẢ NĂNG ỨNG DỤNG ENTROPY CỰC ĐẠI TRONG KINH TẾ

- Lựa chọn danh mục đầu tư
  - Philippatos and Wilson (1972), Xu et al (2011), Usta and Kantar (2011), Jana et al (2009), Zhang, Liu and Xu(2012), Smimoua, Bector and Jacoby (2007), Rödder et al(2010)...
- Định giá quyền chọn và các tài sản phái sinh khác
  - Gulko(1999), Buchen and Kelly (1996), Neri and Schneider(2012),...
- Các lĩnh vực tài chính khác
  - Hackworth(2008), Zhou and Xiong (2012), Candeal et al (2001), Abbas et al (2004), Ortiz-Cruz et al (2012),...

VÍ DỤ ỨNG DỤNG ENTROPY CỰC ĐẠI

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Jaynes, E. (1957). Information theory and statistical mechanics, The Physical Review, Vol. 106,No. 4, pp.620–630.
- Golan, A., Judge, G. and Miller, D. (1996a) Maximum Entropy Econometrics: Robust Estimation with Limited Data, John Wiley & Sons Inc., New York.
- Golan, A., Karp, L. and Perloff, J. (1998) Estimating a Mixed Strategy: United and American Airlines, Institute for Research on Labor and Employment, Working Paper Series, No. 1018
- Golan, A., Karp, L. and Perloff, J. (2000) 'Estimating Coke and Pepsi's price and advertising strategies', Journal of Business & Economic Statistics, Vol. 18, No. 4, pp.398–409.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Wu, X. (2003) 'Calculation of maximum entropy densities with application to income distribution', Journal of Econometrics, Vol. 115, No. 2, pp.347–354
- Philippatos GC, Wilson CJ (1972) Entropy, market risk, and the selection of efficient portfolios. Applied Economics 4: 209–220
- Shannon CE (1948) A Mathematical Theory of Communication. Bell System Technical Journal 27: 379– 423.

- Và một số nghiên cứu khác

THE END

THANK YOU FOR YOUR ATTENTION